

## はじめに

- 理性とは 認識の限界に通じる(筆者) takahas@kokugaku.n.ac.jp  
 概念的思考の能力。実践的には感性的欲求に左右されず思慮的に行動する能力。  
 古来、人間と動物とを区別するものとされた(広辞苑)。  
 認識とは :人間が物事を知る働きおよびその内容。知識とほぼ同じ意味。知識が主として知りえた成果を指すの  
 に対して認識は知る作用および成果の両者を指すことが多い。物事を見定めその意味を理解すること(広辞苑)。
- 知識とは 知られている内容。認識によって得られた成果。厳密な意味では、原理的、統一的に組織づけられ、客観的妥  
 当性を要求し得る命題の体系。伝統的に信念と区別され、正当化された真なる信念と定義される(広辞苑)。

## 『理性』解明の歴史

カントの純粹理性批判

ウィトゲンシュタインは言語の限界と同じと言う

但し、哲学的諸問題を言語の分析のみで解決することは出来ない

人間理性の限界、論理的、数学的な限界を表しているのは

ゲーテルの不確か性定理

普遍言語は存在しない

知識そのものに内在する限界

チャーチの決定不可能性、チューリングの停止定理、チャイティンのアルゴリズムの情報理論

理性の限界の帰結

アロウの不可能性定理、ハイゼンベルグの不確か性原理、ゲーテルの不完全性定理

いずれも数理経済学、量子物理学を前提

知識の限界、形式科学の限界と言われるが信頼度の高い論理学と数学がある。以上の知識に対しては真か偽か明確に判定し論理的証明が可能と考えられる。が、しかし

### ぬきうちテストのパラドックス

レイモンド・スマリヤン(アメリカ) レナルト・エクボン(スウェーデン)

エイプリルフールのエピソード:自己言及のパラドックス

①の解釈 :語用論的パラドックス :オコンナー

②の解釈 :パラドックスの核心 :スクリプン :言葉が空回りしてばかりで、結局は予期できない  
予期できないと言う概念の循環論法によるパラドックスの発生

③の解釈 :擬似パラドックス :クワイン :一種の論理的誤謬にすぎない、無理に推論を組み立てているだけ

### ナイトとナイフのパスル

④の解釈 :不完全性定理を応用 :ゲーテル

真理の対応理論の応用 :発言が事実と一致すれば真、しなければ偽

事実と発言の対応関係 :論理哲学、数学基礎論で研究され更に先は哲学的議論となる

命題 :真か偽を決定できる事実、発言でも文でもなく事実そのもの。表現する言語は多数あり、

記号化できる→命題論理

(命題論理 :命題の真偽性や推論形式を命題の内部構造に立ち入らずに結合形式のみに即して論ずる記号

論理学の一分野 :広辞苑)

ペアノの自然数論 :理性的な人間ならば誰もが疑いなく受け入れる自明の共通概念を公理と呼びそれらの公理から出発して、純粋に論理的な推論だけを用いて定理と呼ばれる新たな命題を導くシステム(記号で構成した人工言語で)を構築した→→→→→公理系

自然数を1と後続数の二つの用語で定義、但し、これらの用語は何を意味するか指示されていない→未定義用語  
これらをどう解釈するかは意味論上の問題

意味論 :論理式の解釈や文の真理値を決める原理などを研究する論理学の一分野(広辞苑)。

現代数学 :aの後続数をa+1と解釈するのが普通 :1をどう解釈するかの哲学的議論は横に置けば全ての自然数とその性質について→→→→→**純粋に数学的議論が可能**

更なる公理化 :ラッセル、ホワイトヘッド :述語論理を人工言語上に構成し論理そのものから自然数を導く

述語論理 :命題の主語 :述語にも踏み込み量化された命題も厳密に記号で扱えるようにした。命題論理よりも適用範囲が広い。更に、完成度を高めた→ヒルベルト、アッケルマン

## クルトゲーテル 述語論理の完全性定理、自然数論の完全性定理を証明→アリストテレス以来の論理学の完成

論理の世界では真理と証明が同等。ところが数学の世界では真理と証明は同等ではない。

数学の世界には公理系では汲みつくせない真理の存在(システム化できない)が明らかになった

(述語論理 :文が主語と述語からできているという分析から文の内部構造にも立ち入った推論の形式化を行う・広辞苑)

## ゲーテルの不完全性定理

ゲーテル命題 :一般に、システムSが正常であるとき、真であるにもかかわらず、Sでは証明可能でない命題が存在する。この決定不可能命題のことを言う。最も独創的なのは論理的命題を自然数論の数学的命題と同じレベルで扱っている。このことに対して当時の数学界の大御所ヒルベルトは激怒、他の哲学者、法律関係者もガッカリ

ゲーテル数化 : 『で証明可能ではない』と言う 決定不可能命題 (第一不完全性定理 :自然数論を含む帰納的に記述できる公理系が無矛盾であれば証明も反証も出来ない命題が存する) と 『は無矛盾である』と言う決定不可能命題 (第二不完全性定理 :自然数論を含む機能的に記述できる公理系が無矛盾であれば、自身の無矛盾性を証明できない) を自然数論システムSの内部で構成する方法

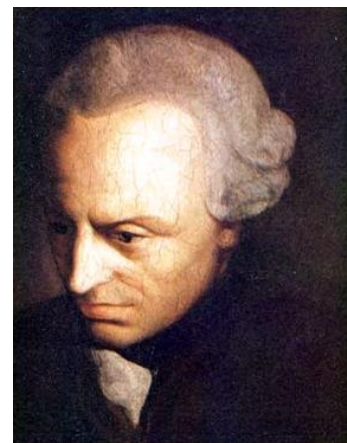
自然数論と不完全性定理の関係 :スマリヤンは標準的な認知論理システムの公理化、その中に不完全性定理に基づく決定不可能命題を構成し、更に、その決定不可能命題を日常言語で解釈する→

ぬきうちテストのパラドックスは 『相互言及のパラドックス』の一種である、筆者も同感→

無限循環に陥る……ゲーム理論と経済活動(ノイマン、モルゲンシュテルン)で分析したホームズとモリアーティーのジレンマと似ている。相互言及的な決定不可能命題が設定されている関係では理性的に考えれば考える程、理性では解決不可能な信念の深みに陥る

認知論理と人間理性 :認知論理システムの一つ例えばKは人間理性の信念体系と同等と言えるか?

ゲーム理論と認知論理の結合、たとえばチキンゲームで勝つために最も非合理的な戦略が実は最も合理的な戦略になる場合がある。人間理性にも必然的にパラドックスが生じることがある。



### 論理的思考の限界と可能性

ゲーテルの証明方法 : 自然数論を含む数学システム全てに適用可能

①一定の公理と推論形式により構成 ②無矛盾であり ③自然数論を含む程度に複雑なシステム以上のシステムを $S$ と呼ぶと

\*ゲーテルのオリジナル証明では無矛盾が仮定されていた

\*ロッサーは強い単純無矛盾性に拡張し現在の不完全性定理の形式になった

\*ゲーテル・ロッサーの不完全性定理 :  $S$ は真であるにもかかわらず決定不可能な命題 $G$ を含み、更に $S$ の無矛盾性は $S$ において証明不可能。

自然数論あるいは集合論はあらゆる数学の基礎で不完全性定理から逃れて全数学を公理化することは不可能で、全数学を論理学に還元することも不可能。更に、数学を表現手段として含む物理学や科学全般のような広範囲の $S$ の拡張システムについても、その根底に自然数論が位置するからやはり不完全。そして、 $S$ を含む認知論システムにおいても全ての真理を証明することはできない → ゲーテル・タルスキーの不完全性定理

\*パトリック・グリム :上記と同じ論法から不完全性定理の哲学的帰結として神の非存在論を導いた。彼の証明が否定しているのは人間理性によって理解可能な神であり神学そのものを否定しているものではない。

▲但し、少なくとも神はいかなる形式的あるいは合理的な考察からも、本質的に認識不可能でなければならないことは明らか。つまり、神は理性では認識不可能な存在。以上と似たようなことはカントも言っている。

\*ラ・メトリ :人間理性が認知論システムとすると、人間は機械(デカルトの二元論に対し唯物論を主張)。

▲デカルトが精神世界の現象と考えた知覚や意識は脳神経系の因果過程に伴って生じる現象つまり、人間の心は脳に還元される。

(デカルトの二元論 :あらゆる知識の絶対確実な基礎を求めて一切を方法的に疑った後、疑いえず確実な真理として考える自己を見出し、そこから神の存在を基礎づけ外界の外界の存在を証明し、思惟する精神と延長ある物体とを相互に独立な実態とする哲学体系 広辞苑。)

\*デネット :人間機械論………脳を並列分散型ハードウェア、心を多元的ソフトウェアの集合体とみなす。ドーキンス………人間を利己的遺伝子を運ぶ生存機械。ピンカ………自然選択に基づく神経コンピューターと定義。

\*チューリング :思考について客観的に議論ができるようにモデル化。それをチューリングマシンと呼ぶ  
更に、チャーチとアルゴリズムで表現できる全ての思考はチューリングマシンの計算可能と同等  
(アルゴリズム :何らかの問題を解決したり、目的を達するための処理手順)

アルゴリズム (algorithm) とは、その実行が必ず有限ステップで停止する有限個の機械的操作の列のことであり、算法とも訳される。ここで、機械的操作とは、計算機の基本命令の列と考えて良い。この名称は、9世紀のアラビアの代数学者、フワーリズミー (al-Khwarizmi) に由来する。数学の研究においては、問題に対して解を構成する手順を求める接近法と、解の存在を証明する接近法とが典型的であるが、前者の、解を求める手順のうち有限ステップで停止するものがアルゴリズムである。ユークリッド (Euclid) の互除法、定規とコンパスによる作図、高次方程式の解法等、古くよりアルゴリズムを求める研究がなされてきた。その中で、アルゴリズムの概念を厳密に定義する必要性が、1900年に提唱されたヒルベルト (Hilbert) の第10問題、すなわち、不定不等式の有理整数解の存在を判定するアルゴリズムを求める問題以来、次第に明確に意識されるようになり、1930年代に至ってチューリング (A. M. Turing)、チャーチ (A. Church)、クリーネ (S. C. Kleene) によってそれぞれ異なった計算モデルを用いてアルゴリズムの厳密な定義がなされた。それらは、等価であることが知られている。特に、チューリングによりそれを解くアルゴリズムが存在しない問題があること (チューリング機械の停止問題, halting problem for Turing machines) が示されたことの意義は大きい。OR事典編集委員会

ゲーデル・チューリングの不完全性定理の証明 :数学的要素を有限個の部品から構成された機械概念に置き換えて全ての真理を証明するチューリング・マシンは存在しない。

\*チャーチ :任意のチューリングマシンが何を導くかを事前に決定するアルゴリズムは存在しない。  
チューリングの停止定理 :アルゴリズムが停止するか否かを事前に知ることも出来ない。従って  
仮に人間理性あるいは人間そのものがチューリング・マシンであればこれらの限界を超えることは不可能



### ゲーテルの隠遁生活入り

人間精神はいかなる、有限機械をも上回る。人間精神は脳の機能に還元できない。

ルーカス、ペンローズ : 脳機能全てをアルゴリズムに還元するのは不可能

チューリング・マシンの限界を示す定理を証明した人はチューリング・マシンより優秀

\*不完全性・非決定性・停止定理を証明するためにはアルゴリズムに還元できない思考力が必要

\*アルゴリズム情報理論上のランダム性 : チャイティンの導入。直観的には理解できるにも関わらず数学的に定義できない概念(無作為、不規則、予測不可能等)をランダムと定義し解決した。

システムは自己の情報量を超えたランダム性を決定できない、インプットした以上のアウトプットは不可。このことは第二不完全性定理に合う結果。自然界や自然数論の究極の中心を覗いて見るとそこでは確固たる実在や確実性ではなく、根源的な不確実性やランダム性が潜んでいる。

\*パンセ : 理性の最後の一步は理性を超える事物が無限にあるということを認めること

\*セン : 理性の限界を認識せずに既存の合理性ばかりを追い求める人を合理的な愚か者Rational Foolと呼ぶ。利己的な経済活動だけでは社会的善を達成できないと、経済学に倫理学を融合させた

#### COMMENT ①

- 1.ゲーテル理論の出現前後、及び現在までの論理学が分かるオーソドックスな真面目な教科書と言って良い
- 2.難解なことを上手な例え話で正確に表現している
- 3.本のタイトルから、劇的な状況場面のような何か劇映画のようなものが出てくると予想した人には合わない
- 4.当方の纏めとこの本を平行して読まれると理解度はより簡単に高まるのでは。纏めはこの本を忠実に理解することに撤した
- 5.この本の注釈・引用としては平易性と現実性を求めて原則、広辞苑のみにし、アルゴリズムのみは他からした。

#### COMMENT ②

- 1.当方の過去、多少絡み合った方々から得た今回の著作周辺に関わる資料を参考までに以下お知らせします
- 2.囚人のジレンマに関して 現産総研理事上田先生の 情報の局在性を考慮したネットワーク環境における協調行動の創発
- 3.オペレーションズ・リサーチに関して 片平先生の ブランド価値のモデル化に向けての巻頭論文
- 4.理論通りにはいかなかった世界金融危機の概説をOR的に説明したものとして 首都大学東京室町先生他の概説
- 5.企業へのOR導入の入門初期には オペレーションズ・リサーチ入門、石油会社出身の高井栄造さん他の著
- 6.ビジネスでの論理思考の必要性を分かり易く説いた 論理思考の壁を破る、製薬会社在籍の出口知史さんの著
- 7.そして、更にゲーテルの深みに入りたい方には最新刊で :ゲーテルに挑む、田中一之 氏の著があります。